

Comparative Performance of Submerged and Non-Submerged Pico-Scale Crossflow Water Turbine

Alifarsya Ihsan Maulana^{a,b,1}, Warjito^{a,b}, Budiarso^{a,b}

^aUniversitas Indonesia, Depok, 16424

^bDepartemen Teknik Mesin, Universitas Indonesia, Depok, 16424

¹alifarsyaihsan@gmail.com

Abstract. Indonesia's abundant renewable energy potential has driven the nation to shift toward clean energy, including small-scale hydropower systems like picohydro. With capacities under 5 kW, picohydro systems are ideal for remote areas due to their simplicity and low operational costs. Crossflow turbines are commonly used for their efficiency under low head and fluctuating flow conditions. This study compares turbine performance under three submergence conditions: unsubmerged, partially submerged, and fully submerged. Two methods were employed: analytical calculations (based on velocity triangles to determine speed, torque, and efficiency) and numerical simulations using CFD software ANSYS Fluent. The turbine geometry was modeled in Autodesk Inventor, with a focus on key performance parameters, including torque, power output, and efficiency. Results show that submergence level significantly affects turbine performance. The unsubmerged condition yielded the highest efficiency and power output, as the nozzle flow enters without downstream fluid resistance, allowing optimal energy transfer to the blades. In contrast, partial and full submergence introduced backpressure zones, air pockets, and vortices, increasing drag and reducing net torque. Although absolute torque tended to rise due to greater fluid interaction, the RPM decreased, and energy losses increased, resulting in reduced overall power and efficiency.

Keywords: Picohydro, Turbine, Crossflow Turbine, Turbine Performance, Turbine Efficiency

Received: 30 September 2025; **Presented:** 9 October 2025; **Publication:** 9 March 2026

DOI: <https://doi.org/10.71452/d1gjk23>

PENDAHULUAN

Indonesia memiliki potensi besar dalam energi baru terbarukan (EBT) yang mencapai 3.686 GW dari berbagai sumber seperti surya, angin, hidro, bioenergi, panas bumi, dan laut. Melalui RUPTL 2025–2035, pemerintah menargetkan 60% pembangkit baru berasal dari EBT. Salah satu teknologi yang dikembangkan adalah pembangkit listrik tenaga air (PLTA) skala kecil, seperti *picohydro*, yang ideal untuk wilayah terpencil. Teknologi ini tidak hanya memberikan akses listrik, tetapi juga mendorong ekonomi lokal, mengurangi ketergantungan pada bahan bakar fosil, serta berbiaya rendah dan ramah lingkungan, menjadikannya solusi energi berkelanjutan bagi masyarakat pedesaan.

Energi air (*hydropower*) adalah salah satu bentuk energi terbarukan yang telah lama dimanfaatkan untuk menghasilkan listrik. Prinsip kerjanya adalah memanfaatkan energi potensial dan kinetik dari aliran air untuk menggerakkan turbin, yang kemudian mengubahnya menjadi energi listrik melalui generator [1]. Menurut Anand et al., [2] klasifikasi *hydropower* didasarkan pada kapasitas daya: mulai dari pico-hydro (<5 kW) hingga *large-hydro* (>100 MW). Selain itu, klasifikasi juga dapat dilihat dari tinggi jatuh air (head), seperti *high-head* (>100 m), *medium-head* (30–100 m), *low-head* (3–30 m), dan *ultra-low-head* (<3 m).

Turbin air merupakan perangkat mekanik yang digunakan untuk mengubah energi potensial ke dalam energi kinetik air dan energi tekanan menjadi energi mekanik, yang selanjutnya dapat dikonversi menjadi energi listrik melalui generator. Turbin air diklasifikasikan berdasarkan gaya yang bekerja. Turbin impuls, seperti turbin Pelton, bekerja dengan mengandalkan pancaran air berkecepatan tinggi yang mengenai sudu turbin, sedangkan turbin reaksi, seperti turbin Francis dan Kaplan, menggunakan perbedaan tekanan antara *inlet* dan *outlet* untuk menghasilkan gaya angkat yang memutar turbin [3].

Turbin aliran silang (*crossflow turbine*) merupakan salah satu teknologi yang banyak digunakan untuk aplikasi picohydro karena kesederhanaannya dan kemampuannya bekerja secara efisien pada variasi debit dan head rendah [4]. Studi terkini telah mengevaluasi performa desain bilah dan nozzle untuk meningkatkan efisiensi sistem. Studi oleh Adhikari & Wood [5] dan Warjito et al., [6] menunjukkan bahwa optimalisasi desain nosel dapat meningkatkan efisiensi. Sementara itu studi oleh Adanta et al., menunjukkan bahwa bentuk dari sudu dapat mempengaruhi performa dari turbin [7].

Beberapa pendekatan numerik seperti *mesh motion* dan metode 6-DoF telah digunakan untuk mengkaji dinamika fluida dan torsi pada berbagai konfigurasi operasi [8]. Namun, masih jarang ditemukan aspek

pengaruh kondisi perendaman (*submergence*) runner terhadap performa turbin, khususnya dalam konfigurasi sebagian dan sepenuhnya terendam, baik dari sisi efisiensi maupun dinamika internal fluida.

Studi sebelumnya oleh Prakoso et al., [9] menunjukkan bahwa adanya penurunan efisiensi pada kondisi terendam yang diakibatkan oleh adanya aliran resirkulasi. Sementara itu, studi oleh Choi et al., [10] menunjukkan bahwa keberadaan udara dalam turbin sangatlah penting untuk mencegah terbentuknya aliran resirkulasi, mengurangi kehilangan energi akibat pusaran, dan menjaga aliran tetap terarah menuju *stage* 2. Terbukti dari efisiensi turbin yang lebih tinggi pada kondisi *multiphase* dibandingkan dengan kondisi terendam.

Studi ini membahas mengenai pengaruh kondisi keterendaman dengan membandingkan performa turbin aliran silang skala piko pada tiga kondisi keterendaman: tidak terendam, terendam sebagian, dan terendam penuh. Penggunaan metode numerik berbasis 6-DoF dalam simulasi CFD memberikan realisme lebih tinggi dibandingkan dengan studi sebelumnya yang menggunakan pendekatan *mesh motion*. Selain itu, perhitungan analitik disusun berdasarkan segitiga kecepatan dan neraca torsi untuk memperoleh validasi silang dengan simulasi numerik.

Masalah utama yang diangkat dalam studi ini adalah bagaimana tingkat keterendaman runner memengaruhi torsi, kecepatan putar (RPM), daya, dan efisiensi sistem turbin. Hipotesis yang diajukan adalah bahwa semakin tinggi tingkat keterendaman, maka efisiensi turbin akan menurun akibat bertambahnya rugi energi dari tekanan balik, drag, dan aliran resirkulasi.

Metode yang digunakan adalah pendekatan analitik, untuk menghitung performa turbin berbasis teori momentum dan segitiga kecepatan, dan numerik, menggunakan simulasi CFD ANSYS Fluent dengan fitur 6-DoF yang memungkinkan rotasi dinamis turbin sebagai respons terhadap gaya fluida. Validasi silang antara dua pendekatan dilakukan untuk mengevaluasi koherensi hasil dan memperoleh pemahaman lebih dalam tentang fenomena fluida dalam kondisi keterendaman berbeda.

Tujuan dari studi ini adalah untuk mengevaluasi pengaruh tingkat keterendaman terhadap performa turbin aliran silang dan memberikan rekomendasi konfigurasi optimal. Kontribusi utama dari studi ini adalah memberikan insight komprehensif mengenai dinamika fluida dan perubahan performa akibat perendaman runner, yang penting untuk desain turbin piko hidro di wilayah dengan kondisi air fluktuatif. Studi ini dibatasi pada kondisi numerik dan analitik tanpa pengujian eksperimental, serta konfigurasi geometri turbin yang tetap.

METODOLOGI

Studi ini dilakukan dengan dua pendekatan utama: analitik dan numerik (simulasi CFD). Studi kasus yang dianalisis adalah turbin aliran silang skala piko dengan tiga konfigurasi keterendaman runner: tidak terendam, terendam sebagian, dan terendam penuh.

Geometri dan Variabel Studi

Geometri turbin diambil dari desain turbin yang sudah ada pada lab mekanika fluida Departemen Teknik Mesin Universitas Indonesia. Detail untuk desain pada turbin terlampir pada Tabel 1.

Tabel 1. Dimensi Turbin Aliran Silang

Parameter Desain	Nilai
Jumlah Sudu (N)	20
Diameter Runner (D)	185 mm
Diameter Luar Blade (D_{out})	181.26 mm
Diameter Dalam Blade (D_{in})	114,44 mm
Sudut Sudu (δ)	39.76°
Sudut Inlet Sudu (β_{o2})	39°
Sudut Outlet Sudu (β_{o1})	94°
Sudut Serang (α)	22°
Sudut Buka Nosel (λ)	50°

Pendekatan Analitik

Untuk konfigurasi turbin dan performa daya masuk dari air, pada konfigurasi turbin, ada beberapa perbedaan dalam lokasi penempatan *runner* untuk mensimulasikan keadaan terendam. Dengan kondisi *multiphase* di mana *runner* tidak terendam sama sekali, *half-submerged* di mana *runner* terendam di sumbu, dan *submerged* di mana *runner* terendam sepenuhnya. Digunakan debit 16,43 L/s untuk analisis analitik dengan daya input sebesar 354,58 watt.

Dalam menghitung hal-hal yang memengaruhi performa turbin, perlu diketahui nilai-nilai dari segitiga kecepatannya. Hal yang memengaruhi nilai segitiga kecepatan ini adalah geometri pada sudu. Untuk menghitung segitiga kecepatan ini, dapat digunakan rumus dari cosinus segitiga, sebagaimana berikut [11]:

$$C_{i1} \cdot A_{Nozzle} = V \cdot A_{Pipe} \times C_d \quad (1.1)$$

$$W^2 = U^2 + C^2 - UC \cdot \cos(\gamma) \quad (1.2)$$

$$\frac{W}{\sin(\gamma)} = \frac{U}{\sin(\alpha)} = \frac{C}{\sin(\beta)} \quad (1.3)$$

Apabila seluruh variabel pada segitiga kecepatan telah diketahui, maka torsi (τ) serta kecepatan sudut (ω) dari turbin dapat dihitung melalui persamaan berikut:

$$T_{1,2} = \rho Q (C_{i1} R_{out} - C_{o1} R_{in}) \quad (1.4)$$

$$T_{3,4} = \rho Q (C_{i2} R_{in} - C_{o2} R_{out}) \quad (1.5)$$

$$T_{total} = T_{1,2} + T_{3,4} \quad (1.6)$$

$$\omega = \frac{U_{i1}}{R_{out}} \quad (1.7)$$

Untuk konfigurasi ketika turbin tercelup, kecepatan sudut dapat dicari dengan persamaan berikut dengan C_D estimasi adalah 1.16 dan luas area dari sudu yang mendapatkan drag adalah $0,058 \text{ m}^2$ untuk terendam sebagian, dan $0,116 \text{ m}^2$ untuk terendam total.

$$T_{total} = \frac{1}{2} C_D \cdot \rho \cdot A_{blade} \cdot R_{avg}^3 \cdot \omega^2 \quad (1.8)$$

Torsi dan kecepatan putar yang telah dihitung kemudian dapat digunakan untuk menentukan daya yang dihasilkan oleh turbin, yaitu dengan mengalikan

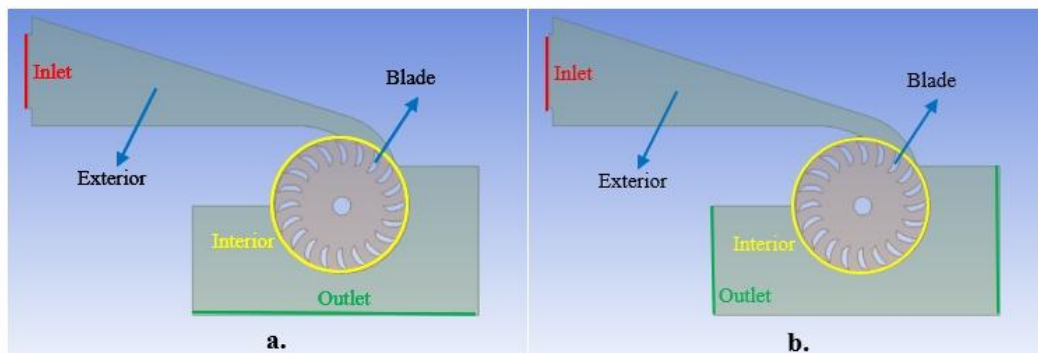
nilai torsi dengan kecepatan putar. Nilai efisiensi turbin selanjutnya dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut:

$$P_{out} = \omega \times T_{total} \quad (1.9)$$

$$\eta_{Hidrolik} = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\% \quad (1.10)$$

Pendekatan Numerik

Geometri turbin dimodelkan dalam perangkat lunak Autodesk Inventor 2024 dan dilakukan *import* kedalam ANSYS Design Modeler untuk tahapan penentuan *boundary condition* dan meshing. Penentuan dari *boundary condition* terlampir pada gambar 1.



Gambar 1. Boundary Condition

Grid Covergency Index digunakan untuk mencari besaran *mesh* yang sesuai untuk proses komputasi. Dilakukan tiga variasi *mesh*, dengan besaran *mesh* interior yang berbeda, yaitu 1 mm, 0.8 mm, dan 0.6 mm, di mana didapatkan jumlah *mesh* dari masing-masing konfigurasi sebanyak 45765, 58897, dan 86350 elemen. Dari masing-masing besar *mesh* ini, nantinya akan dilakukan proses setup sebanyak 200 timestep pada konfigurasi fully submerged dan dilakukan

proses *Grid Convergence Index* menggunakan pemrograman skrip Python. Didapatkan hasil yang dapat dilihat pada Tabel 2, dengan hasil GCI yang menunjukkan bahwa ukuran *mesh* sebesar 0,8 mm dapat digunakan dikarenakan nilai kualitas (*skewness* dan *orthogonal*) yang terbaik dengan persentase error yang kecil.

Tabel 2. Grid Convergence Index

Ukuran	Skewness	Orthogonal	Torsi (Nm)	Jumlah Mesh	Luas (m ²)	GCI
1 mm	0.65925	0.56127	96.3342	45765	0.111414	-
0,8 mm	0.72497	0.60308	96.7281	58897	0.111414	0,935%
0,6 mm	0.86775	0.39835	97.1723	86350	0.111414	0.612%

r12	1.13
r23	1.21

GCI21	0.935%
GCI32	0.612%

Simulasi dilakukan menggunakan perangkat lunak ANSYS Fluent 2024 R1. Pemodelan aliran menggunakan pendekatan transien dengan model turbulensi $k-\epsilon$ RNG yang dipilih dikarenakan model $k-\epsilon$ RNG cocok untuk turbin aliran silang karena mampu menangani aliran berputar, kurvatur, dan zona *recirculation* dengan lebih akurat [12]. Selain itu, model ini efisien secara komputasi dan memberikan hasil yang sebanding dengan model turbulensi tingkat lanjut. Pendekatan *multiphase* Volume of Fluid (VOF) *open channel* digunakan untuk memsimulasikan permukaan bebas dan ketinggian air dalam perendaman. Untuk pengaturan *boundary condition*, digunakan *inlet* tipe *mass-flow* inlet dengan *outlet* berjenis *pressure* outlet dengan tambahan *open channel* untuk kondisi terendam. Dimasukkan nilai debit inlet sebesar 161.87 l/s dikarenakan dalam simulasi 2D, Ansys Fluent akan membuat sumbu Z imajiner sepanjang 1 meter, sehingga perlu adanya konversi debit sesuai dengan perubahan luasan penampang. Studi ini menggunakan pendekatan 6-DOF dengan konfigurasi yang didapatkan dari perangkat lunak CAD, yaitu berat senilai 5,3 kg dan inersia sebesar 0,11 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$, diberikan *preload* sebesar 65 N agar turbin tidak mengalami RPM berlebihan akibat tidak adanya gaya yang memperlambat turbin.

Dapat digunakan metode *relative error analysis* untuk mencari *Timestep Independency* untuk simulasi. Dengan memilih satu parameter yang akan dibandingkan dengan perbedaan *timestep* [13]. Dalam

studi ini, digunakan nilai torsi untuk parameternya. Digunakan 3 ukuran *timestep* yang akan dibandingkan yaitu 0,002 ($T_{\Delta t1}$), 0,0015 ($T_{\Delta t2}$), dan 0,001 ($T_{\Delta t3}$) yang nantinya akan dihitung untuk *relative error* dari ukuran-ukuran *timestep* tersebut. Didapatkan pada Tabel 3 bahwa perubahan ukuran *timestep* tidak memengaruhi hasil dari simulasi secara signifikan. Dikarenakan persentase *relative error* tidak melebihi 1% pada *timestep* terbesar, dapat digunakan *timestep* terbesar, yaitu 0,002, untuk proses simulasi.

Tabel 3. Relative Error Analysis

Time Step Size	Number of Timesteps	Torsi	Percentage Error
0,002	225	88.283	-
0,0015	300	88.443	0.18%
0,001	450	88.549	0.12%

% $e_{1,2}$	0.18%
% $e_{2,3}$	0.12%
% $e_{1,3}$	0.3%

HASIL DAN PEMBAHASAN

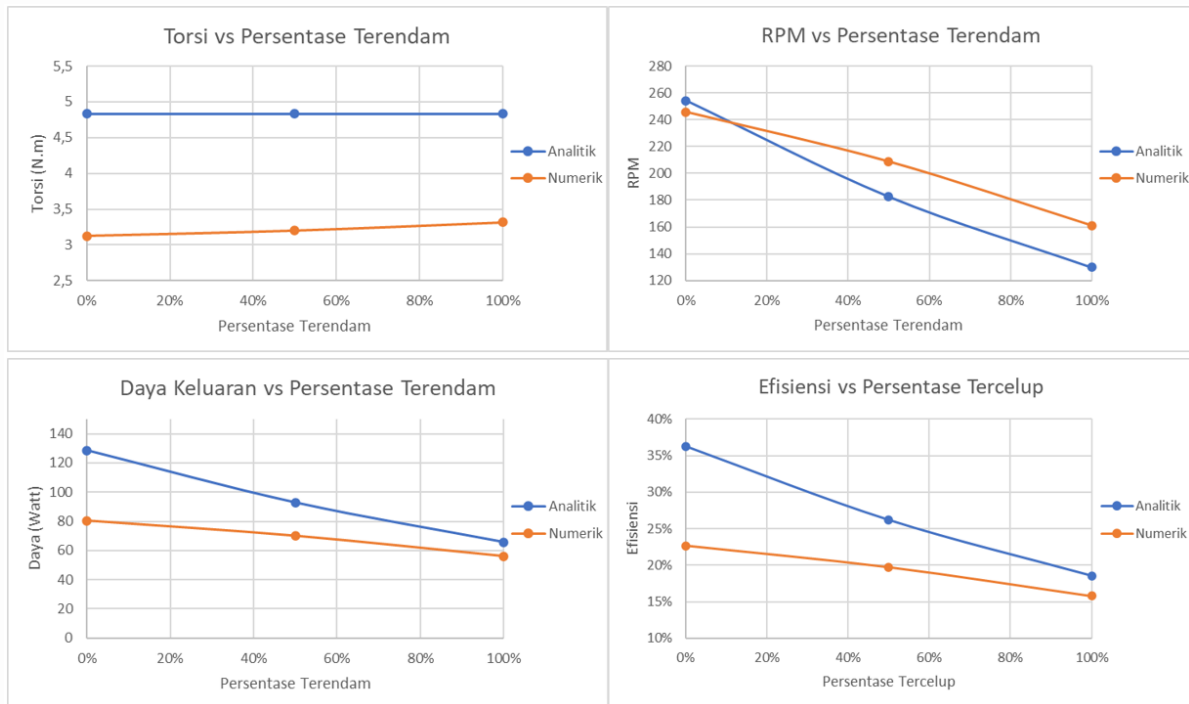
Setelah dihitung dan dilakukan simulasi, telah didapatkan nilai-nilai dari performa turbin aliran silang, didapatkan tabel dan grafik dari hasil analitik dan numerik sebagai berikut:

Tabel 4. Hasil Analitik Performa Turbin Aliran Silang

	T_{total} (N/m)	ω (Rad/s)	RPM	P_{out}	η
Multiphase	4,835	26,618	254,18	128,7	36,30%
Half Submerged	4,835	19,22	182,58	92,9287	26,21%
Submerged	4,835	13,6	129,87	65,756	18,54%

Tabel 5. Hasil Numerik Performa Turbin Aliran Silang

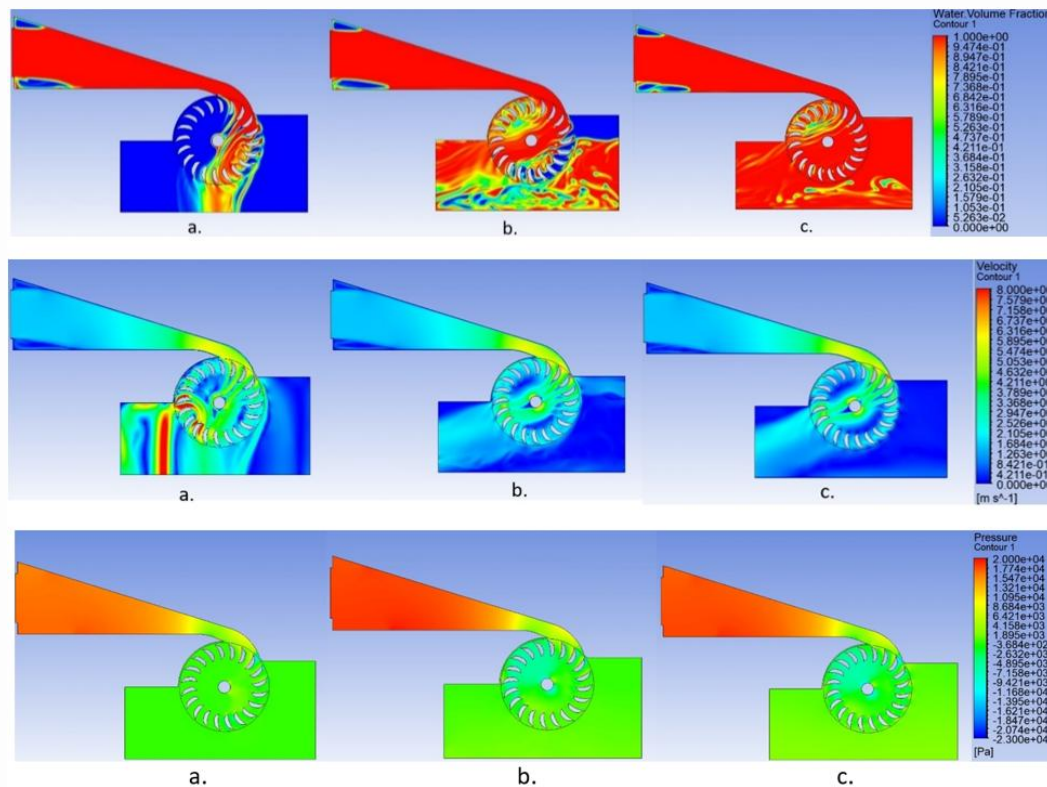
	T_{total} (N/m)	ω (Rad/s)	RPM	P_{out}	η
Multiphase	3,123	25,74	245,8	80,39	22,67%
Half Submerged	3,2	21,87	208,84	69,984	19,74%
Submerged	3,32	16,87	161,2	56,01	15,80%



Gambar 2. Grafik Performa Turbin terhadap Persentase Terendam

Berdasarkan Gambar 2, performa turbin crossflow memperlihatkan perbedaan jelas antara pendekatan analitik dan numerik. Pada analitik, torsi diasumsikan konstan sebesar 4,83 Nm karena hanya mempertimbangkan momentum aliran masuk tanpa efek kompleks seperti tekanan balik, interaksi aliran keluar, atau resistansi fluida, sehingga hasilnya tampak ideal dan tidak terpengaruh oleh keterendaman. Sebaliknya, hasil numerik menunjukkan torsi meningkat seiring bertambahnya keterendaman akibat interaksi fluida yang lebih luas, pembentukan tekanan tambahan, *wake*, serta *drag* pada permukaan runner. Dari sisi kecepatan putar, keduanya sama-sama menurun, namun analitik memperlihatkan penurunan lebih tajam karena asumsi torsi tetap, sedangkan numerik menghasilkan RPM lebih tinggi pada semua kondisi akibat adanya *entrainment* dan *wake* yang masih memberi dorongan tambahan pada bilah.

Perubahan tingkat kerendaman ini juga tercermin pada daya dan efisiensi. Analitik menunjukkan daya awal lebih tinggi, namun menurun linier seiring penurunan RPM, mencerminkan kondisi ideal tanpa memperhitungkan kerugian energi. Sementara itu, numerik memberikan daya awal lebih rendah tetapi penurunannya lebih landai, karena kenaikan torsi akibat keterendaman menahan penurunan daya, meski sebagian energi tetap hilang akibat dissipasi dan pola aliran yang tidak optimal. Efisiensi analitik awalnya lebih tinggi (36%), namun turun drastis hingga di bawah 20% pada keterendaman penuh, sedangkan numerik lebih rendah sejak awal (22%) dan terus menurun hingga 16%. Perbedaan ini dipengaruhi oleh tekanan balik, turbulensi, dan pusaran aliran yang mengurangi efektivitas konversi energi, sehingga meskipun torsi numerik meningkat, daya bersih dan efisiensi tetap menurun pada tingkat keterendaman lebih besar.



Gambar 3 Kontur Volume Fraction, Kecepatan, dan Tekanan (a. Multiphase, b. Half-Submerged, c. Submerged)

Gambar 3 memperlihatkan kontur *volume fraction*, kecepatan, dan tekanan pada tiga konfigurasi keterendaman runner, yaitu tidak terendam, terendam sebagian, dan terendam penuh. Pada kondisi tidak terendam, aliran dari nozzle bergerak lurus ke bawah tanpa hambatan, menunjukkan pemisahan yang jelas antara air dan udara, minim turbulensi, serta distribusi kecepatan yang sangat terfokus dengan nilai hingga 6 m/s, sehingga energi kinetik fluida dapat dimanfaatkan secara optimal oleh bilah turbin. Tekanan di ujung nozzle juga relatif rendah karena fluida langsung keluar ke atmosfer, menghasilkan percepatan fluida yang optimal dan efisiensi konversi energi yang tinggi. Namun, pada kondisi terendam sebagian, pola aliran menjadi jauh lebih kompleks; air cenderung terdorong ke outlet kiri akibat rotasi runner, sementara udara terdorong ke sisi kanan, membentuk zona campuran yang menghasilkan pusaran internal serta aliran tidak stabil. Pada saat yang sama, tekanan di ujung nozzle meningkat karena adanya tekanan balik dari kolom air hilir, membuat distribusi kecepatan tidak lagi terfokus, dengan aliran keluar yang lebih menyebar dan fluktuatif. Kondisi ini memicu dissipasi energi dalam bentuk turbulensi, *backflow*, serta udara yang terjebak di sisi kiri atas runner, sehingga sebagian energi fluida hilang sebelum dikonversi menjadi torsi. Pada konfigurasi terendam penuh, fenomena ini semakin

dominan; runner hampir seluruhnya terisi air, tetapi *vortex* masih terbentuk di area atas runner dan menjebak kantong udara (*air pocket*), yang menimbulkan zona stagnan dan turbulensi internal. Tekanan di sekitar *nozzle* dan *runner* meningkat lebih tinggi lagi, dan energi kinetik aliran berkurang secara signifikan karena tertahan oleh tekanan hidrostatik hilir, menyebabkan distribusi kecepatan menyebar dan kehilangan fokus. Energi fluida yang seharusnya dikonversi menjadi torsi sebagian besar tersimpan dalam bentuk sirkulasi internal dan drag, sehingga menimbulkan rugi energi yang besar dan menurunkan efisiensi sistem.

KESIMPULAN

Tingkat keterendaman (0%, 50%, 100%) berpengaruh signifikan terhadap performa turbin aliran silang, dengan hasil terbaik pada kondisi tidak terendam. Meskipun torsi meningkat saat terendam, *drag* dan tekanan balik yang lebih tinggi justru menurunkan RPM, daya, dan efisiensi. Semakin besar keterendaman, semakin tinggi rugi hidraulik akibat gangguan aliran di sisi hilir runner, sehingga performa turbin menurun secara keseluruhan. Pada kondisi tidak terendam, aliran fluida masuk ke runner tanpa hambatan, memungkinkan konversi energi kinetik

yang lebih efisien. Sebaliknya, kondisi terendam menyebabkan terbentuknya pusaran dan tekanan negatif yang menghambat rotasi bilah. Akibatnya, sebagian energi air tidak berhasil dikonversi menjadi daya mekanik, menurunkan efektivitas sistem.

KONTRIBUSI PENULIS

Penulis menyatakan bahwa studi ini sepenuhnya merupakan karya sendiri dengan kontribusi utama sebagai berikut:

- Perumusan masalah serta penetapan tujuan studi dilakukan oleh penulis berdasarkan kajian literatur dan hasil diskusi dengan pembimbing.
- Dalam tahap perancangan dan pemodelan turbin, penulis menyusun perhitungan analitik,

merancang geometri, serta menentukan parameter simulasi yang digunakan.

- Proses simulasi numerik (CFD) meliputi penyusunan model, pembuatan mesh, pelaksanaan simulasi, hingga analisis hasil, seluruhnya dilakukan oleh penulis.
- Analisis data dan interpretasi hasil dilakukan dengan membandingkan pendekatan analitik dan numerik serta mengevaluasi pengaruh rasio diameter terhadap kinerja turbin.
- Penulisan naskah dilakukan secara menyeluruh oleh penulis, mencakup bagian pendahuluan, tinjauan pustaka, metodologi, hasil, dan pembahasan, dengan arahan serta masukan dari dosen pembimbing.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] D. Zhou dan Z. D. Deng, "Ultra-low-head hydroelectric technology: A review," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, pp. 23-30, 2017, <http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2017.04.086>.
- [2] R. S. Anand, C. P. Jawahar, E. Bellos dan A. Malmquist, "A comprehensive review on crossflow turbine for hydropower applications," *Ocean Engineering*, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.110015>.
- [3] A. A. Lahimer, M. A. Alghoul, K. Sopian, N. Amin, N. Asim dan F. I. M, "Research and development aspects of pico-hydro power," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, pp. 5861-5878, 2012, <http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2012.05.001>.
- [4] D. Adanta, D. P. Sari, I. Syofii, I. Thamrin, I. Yani, M. A. Fudholi dan A. P. Prakoso, "Configuration blade shape for enhancement crossflow turbine performance by the CFD method," *International Journal of Thermofluids*, 2024, <https://doi.org/10.1016/j.ijft.2024.100665>.
- [5] R. C. Adhikari dan D. H. Wood, "A new nozzle design methodology for high efficiency crossflow hydro turbines," *Energy for Sustainable Development*, pp. 139-148, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.esd.2017.09.004>.
- [6] Warjito, Budiarto, K. Celine dan S. B. S. Nasution, "Computational method for designing a nozzle shape to improve the performance of pico-hydro crossflow turbines," *International Journal of Technology*, pp. 139-148, 2020, 10.14716/ijtech.v12i1.4225.
- [7] D. Adanta, D. P. Sari, I. Syofii, A. P. Prakoso, M. A. A. Saputra dan I. Thamrin, "Performance comparison of crossflow turbine configuration upper blade convex and curvature by computational method," *Civil Engineering Journal*, pp. 154-165, 2023, <http://dx.doi.org/10.28991/CEJ-2023-09-01-012>.
- [8] A. P. Prakoso, W. A. I. Siswantara, B. dan D. Adanta, "Comparison between 6-DOF UDF and moving mesh approaches in CFD methods for predicting cross-flow pico-hydro turbine performance," *CFD Letters*, pp. 86-96, 2019, [CFD Letters](https://doi.org/10.1016/j.cfdl.2019.04.001).
- [9] A. P. Prakoso, Warjito, Budiarto dan Ahmad Fudholi, "Preliminary study on recirculation vortex and turbulence inside ultra low head pico hydro cross-flow turbine using computational fluid dynamics method," *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*, pp. 122-132, 2024, <https://doi.org/10.37934/arfmts.113.1.122132>.
- [10] Y.-D. Choi, J.-I. Lim, Y.-T. Kim dan Y.-H. Lee, "Internal flow characteristics of cross-flow hydraulic turbine with the variation of nozzle shape," dalam *5th Joint ASME/JSME Fluids Engineering Conference*, San Diego, 2007, doi: 10.1299/jfst.3.398.
- [11] F. M. White, *Fluid Mechanics* 7th Edition, New York: McGraw-Hill, 2011.

- [12] J. Setiawan, S. Darmawan dan H. Tanujaya, “Komparasi simulasi CFD pada turbin cross-flow dengan model turbulen k- ϵ STD dan RNG k- ϵ ,” *Jurnal Asimetrik: Jurnal Ilmiah Rekayasa Dan Inovasi*, vol. 4, no. 2, pp. 153-162, 2022, https://www.researchgate.net/publication/367597593_Komparasi_Simulasi_CFD_Pada_Turbin_Cross-Flow_Dengan_Model_Turbulen_k-e_STD_dan_RNG_k-e.
- [13] S. Kasmaiee, S. Kasmaiee dan A. Farshad, “Unsteady CFD simulation of a rotor blade under various wind conditions,” *scientific reports*, 2024, doi: 10.1038/s41598-024-70350-5.